

Juin 2023



## Première année : mathématiques

Contrôle terminal – 2h

Tout document interdit ; calculatrice de la faculté autorisée

**Questions de cours** : autour de la fonction logarithme népérien ...

Commenter le lien de réciprocity entre les fonctions  $\exp(x)$  et  $\ln(x)$  en calculant  $\ln(\exp(x))$ .

Indiquer l'intervalle de définition de la fonction logarithme népérien ; est-elle dérivable sur l'ensemble de cet intervalle ?

Préciser la valeur de  $\ln(0)$ , de  $\ln(1)$ .

Préciser les variations de la fonction logarithme népérien ainsi que ses limites.

Expliciter la somme  $\ln(a) + \ln(b)$ , ainsi que la différence  $\ln(a) - \ln(b)$ .

### Vecteurs orthogonaux

Dans chacun des cas suivants, déterminer la ou les valeurs de  $x$  pour que les vecteurs  $u$  et  $v$  soient orthogonaux.

1.  $u(1, 3)$  et  $v(6, x+1)$ ,
2.  $u(2x-1, 2)$  et  $v(3x+2, x+1)$ ,

### Nombres complexes

On considère si  $x \neq \pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  la fonction  $f(x) = (1 + j \tan x) / (1 - j \tan x)$ . Donner les parties réelle et imaginaire, le module, l'argument de  $f(x)$ . En déduire l'expression de  $\cos(2x)$  en fonction de  $\tan(x)$ .

### Dérivation

Calculer la dérivée des fonctions définies par :

$$a(x) = -(2x - 3)^4,$$

$$b(t) = A \cos(\omega t + \varphi).$$

### Utilisation de primitives connues

Calculer :

$$C = \int_1^8 \frac{1}{V^\gamma} dV \quad (\gamma > 0).$$

### Equation différentielle

Résoudre l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$y'' + 2y' + y = 2.$$