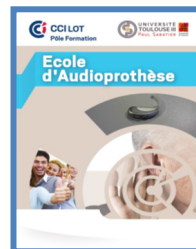


Juin 2023



Première année : mathématiques

Contrôle terminal – 2h

Tout document interdit ; calculatrice de la faculté autorisée

Questions de cours : autour de la fonction logarithme népérien ...

Commenter le lien de réciprocity entre les fonctions $\exp(x)$ et $\ln(x)$ en calculant $\ln(\exp(x))$.

Indiquer l'intervalle de définition de la fonction logarithme népérien ; est-elle dérivable sur l'ensemble de cet intervalle ?

Préciser la valeur de $\ln(0)$, de $\ln(1)$.

Préciser les variations de la fonction logarithme népérien ainsi que ses limites.

Expliciter la somme $\ln(a) + \ln(b)$, ainsi que la différence $\ln(a) - \ln(b)$.

Vecteurs orthogonaux

Dans chacun des cas suivants, déterminer la ou les valeurs de x pour que les vecteurs u et v soient orthogonaux.

1. $u(1, 3)$ et $v(6, x+1)$,
2. $u(2x-1, 2)$ et $v(3x+2, x+1)$,

Nombres complexes

On considère si $x \neq \pi/2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ la fonction $f(x) = (1 + j \tan x) / (1 - j \tan x)$. Donner les parties réelle et imaginaire, le module, l'argument de $f(x)$. En déduire l'expression de $\cos(2x)$ en fonction de $\tan(x)$.

Dérivation

Calculer la dérivée des fonctions définies par :

$$a(x) = -(2x - 3)^4,$$

$$b(t) = A \cos(\omega t + \varphi).$$

Utilisation de primitives connues

Calculer :

$$C = \int_1^8 \frac{1}{V^\gamma} dV \quad (\gamma > 0).$$

Equation différentielle

Résoudre l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$y'' + 2y' + y = 2.$$